

12. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Es seien Σ_1 und Σ_2 endliche Alphabete mit Kardinalität mindestens 2. Zeigen Sie:

Es existiert eine injektive Funktion $\phi : \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_1^*$, so dass für alle $w \in \Sigma_2^*$ gilt $|\phi(w)| \leq C|w|$, wobei $C := \lceil \log_{|\Sigma_1|} |\Sigma_2| \rceil$ ist.

Aufgabe 2. Gegeben sei die deterministische Turingmaschine $\mathit{DEEPTHOUGHT} = (Q, A, \delta, q_0, F)$ mit Zustandsmenge $Q := \{q_i \mid i = 0, 1, \dots, 6\} \cup \{q_F\}$, Alphabet $A := \{0, 1, \#\}$, Anfangszustand q_0 , Endzustandsmenge $F := \{q_F\}$ und der folgenden Übergangsfunktion δ :

$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$	$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$
q_0	B	$(q_1, \#, R)$	q_2	0	$(q_3, 0, R)$
q_0	0	$(q_0, 0, R)$	q_3	B	$(q_4, 1, R)$
q_0	1	$(q_0, 1, R)$	q_3	0	$(q_F, 0, R)$
q_1	B	$(q_2, 1, R)$	q_4	B	$(q_1, 0, L)$
q_1	0	$(q_5, 0, R)$	q_5	B	$(q_5, 1, N)$
q_1	1	$(q_1, 1, R)$	q_5	1	$(q_6, 1, R)$
q_2	B	$(q_2, 0, N)$	q_6	B	$(q_3, 0, N)$

- i) Bestimmen Sie für jeden Input $w \in \{0, 1\}^*$ (d.h. für jede Startkonfiguration $k_0 = q_0w$) die Endkonfiguration von $\mathit{DEEPTHOUGHT}$.
 ii) Bestimmen Sie Laufzeit der Turingmaschine.

Aufgabe 3. Entwickeln Sie einen $O(n^2)$ -zeitbeschränkten Akzeptor für die Sprache aller Palindrome über $\{0, 1\}^*$, die durch

$$\text{PALINDROM} := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_1w_2 \dots w_t = w_t w_{t-1} \dots w_1 \text{ mit } t = |w|\}$$

definiert ist.

Hinweis: Beachten Sie, dass auch das leere Wort ein Palindrom ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass $2\text{-SAT} \in \mathbf{P}$.

Hinweis: Führen Sie 2-SAT auf ein Erreichbarkeitsproblem in gerichteten Graphen zurück. Definieren Sie dazu die Eckenmenge mit Hilfe der Literale und die Bogenmenge mit Hilfe der Klauseln.

Aufgabe 5. Zeigen Sie, dass die drei Probleme

- Knotenüberdeckungen (Vertex Cover),
- Cliques und
- stabile Mengen (Independent Set)

polynomiell äquivalent sind.