Lehrstuhl II für Mathematik http://www.math2.rwth-aachen.de
Prof. Dr. E. Triesch **WS 2012/2013**

11. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Betrachten Sie das sogenannte Intervall-Packing Problem:
Gegeben seien eine Menge von Intervallen $[a_i, b_i]$ mit Gewichten c_i, wobei $i = 1, 2, \dots, n$, und eine natürliche Zahl $k \in \mathbb{N}$.
Gesucht ist eine Teilmenge der Intervalle maximalen Gewichts so, dass kein Punkt in mehr als k der Intervalle enthalten ist.
i) Formulieren Sie dieses Problem als LP-Problem ohne Ganzzahligkeits-Nebenbedingungen.
ii) Wie lautet das duale Problem?
Hinweis: Verwenden Sie, dass Intervallmatrizen vollständig unimodular sind.

Aufgabe 2. Sei $A \in \mathbb{Q}^{m\times n}$ und $b \in \mathbb{Q}^m$ und $Ax \le b$ sei ein TDI System. Die Ungleichung $a^t x \le \beta$ für $a \in \mathbb{Q}^n$ und $\beta \in \mathbb{Q}$ folge aus $Ax \le b$. Zeigen Sie, dass dann das System $Ax \le b$, $a^t x \le \beta$ ebenfalls TDI ist.

Aufgabe 3. Sei $A \in \mathbb{Q}^{m\times n}$, $b \in \mathbb{Q}^m$, $a \in \mathbb{Z}^n$ und $\beta \in \mathbb{Q}$. Das System $Ax \le b$, $a^t x \le \beta$ sei TDI. Zeigen Sie, dass dann das System $Ax \le b$, $a^t x = \beta$ ebenfalls TDI ist.

Aufgabe 4. Sei $(S, \le)$ eine Halbordnung.
i) Zeigen Sie, dass die kleinste Zahl von Antiketten, die S überdecken, gleich der Länge einer längsten Kette in S ist.
ii) Bestimmen Sie ein Ungleichungssystem, dass das Kettenpolytop (die konvexe Hülle der Inzidenzvektoren der Ketten in S) beschreibt und zeigen Sie, dass das System TDI ist.

★ **Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr.** ★