10. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Eine Intervall-Matrix ist eine 0-1-Matrix so, dass die 1-Einträge in jeder Zeile fortlaufend sind. Zeigen Sie, dass jede Intervall-Matrix vollständig unimodular ist.

Aufgabe 2. Es sei $A := (a_{i,j})_{1\leq i\leq n, 1\leq j\leq m}$ die Inzidenzmatrix eines ungerichteten Graphens G, also

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{falls } v_i \text{ mit } e_j \text{ inzidiert} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} .$$

Zeigen Sie:
A ist genau dann vollständig unimodular, wenn G bipartit ist.

Aufgabe 3. Betrachten Sie den rationalen Halbraum H, der durch

$$H := \{x \ : \ cx \leq \gamma\}$$

gegeben ist, wobei c ein Vektor ungleich dem Nullvektor ist, dessen Komponenten ganzzahlig und paarweise teilerfremd sind. Zeigen Sie, dass

$$H_I := \{x \ : \ cx \leq \lfloor \gamma \rfloor\}$$

die integrale Hülle von H ist, also die konvexe Hülle aller ganzzahligen Punkte in H.

Aufgabe 4. Es sei $A_1x \leq b_1$, $A_2x \leq b_2$ ein TDI-System mit ganzzahliger Matrix A_1 und $A_1'x \leq b'$ sei ein weiteres TDI System, so dass gilt

$$\{x \mid A_1x \leq b_1\} = \{x \mid A_1'x \leq b'\}.$$

Zeigen Sie:
Das System $A_1'x \leq b_1'$, $A_2x \leq b_2$ ist ebenfalls TDI.