

12. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Es seien Σ_1 und Σ_2 endliche Alphabete mit Kardinalität mindestens 2. Zeigen Sie:

Es existiert eine injektive Funktion $\phi : \Sigma_2^* \rightarrow \Sigma_1^*$, so dass für alle $w \in \Sigma_2^*$ gilt $|\phi(w)| \leq C|w|$, wobei $C := \lceil \log_{|\Sigma_1|} |\Sigma_2| \rceil$ ist.

Aufgabe 2. Gegeben sei die deterministische Turingmaschine $\mathit{DEPTHOUGHT} = (Q, A, \delta, q_0, F)$ mit Zustandsmenge $Q := \{q_i \mid i = 0, 1, \dots, 6\} \cup \{q_F\}$, Alphabet $A := \{0, 1, \#\}$, Anfangszustand q_0 , Endzustandsmenge $F := \{q_F\}$ und der folgenden Übergangsfunktion δ :

$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$	$q \in Q$	$a \in \hat{A}$	$\delta(q, a)$
q_0	B	$(q_1, \#, R)$	q_2	0	$(q_3, 0, R)$
q_0	0	$(q_0, 0, R)$	q_3	B	$(q_4, 1, R)$
q_0	1	$(q_0, 1, R)$	q_3	0	$(q_F, 0, R)$
q_1	B	$(q_2, 1, R)$	q_4	B	$(q_1, 0, L)$
q_1	0	$(q_5, 0, R)$	q_5	B	$(q_5, 1, N)$
q_1	1	$(q_1, 1, R)$	q_5	1	$(q_6, 1, R)$
q_2	B	$(q_2, 0, N)$	q_6	B	$(q_3, 0, N)$

- i) Bestimmen Sie für jeden Input $w \in \{0, 1\}^*$ (d.h. für jede Startkonfiguration $k_0 = q_0w$) die Endkonfiguration von $\mathit{DEPTHOUGHT}$.
- ii) Bestimmen Sie Laufzeit der Turingmaschine.

Aufgabe 3. Entwickeln Sie einen $O(n^2)$ -zeitbeschränkten Akzeptor für die Sprache aller Palindrome über $\{0, 1\}^*$, die durch

$$\text{PALINDROM} := \{w \in \{0, 1\}^* \mid w = w_1w_2 \dots w_t = w_t w_{t-1} \dots w_1 \text{ mit } t = |w|\}$$

definiert ist.

Hinweis: Beachten Sie, dass auch das leere Wort ein Palindrom ist.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass $2\text{-SAT} \in \mathbf{P}$.

Hinweis: Führen Sie 2-SAT auf ein Erreichbarkeitsproblem in gerichteten Graphen zurück. Definieren Sie dazu die Eckenmenge mit Hilfe der Literale und die Bogenmenge mit Hilfe der Klauseln.