6. Übung Optimierung B

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass für jeden schlichten Graphen $G = (V, E)$ mit $n = |V|$ Knoten und minimalem Grad k

$$\nu(G) \geq \min\{k, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor\}$$

gilt.

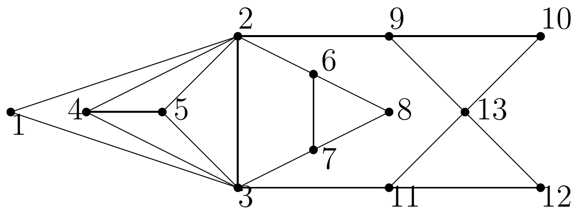
Aufgabe 2. Es sei $G = (V, E)$ ein Graph ohne isolierte Ecken, weiter sei $d(v) \leq K$ für alle $v \in V$. Zeigen Sie, dass

$$\nu(G) \geq \frac{|V(G)|}{K+1}$$

gilt.

Aufgabe 3. Es sei $G = (V, E)$ ein k-regulärer Graph auf $2m = |V|$ Knoten, so dass für jeweils zwei ungerade Kreise in G gilt, entweder sie schneiden sich oder es existiert eine Kante, die die beiden Kreise verbindet.
Zeigen Sie, G besitzt ein perfektes Matching.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie mit Hilfe des Edmonds Matching Algorithmus ein Maximum Matching des abgebildeten Graphen. (Sie können hierzu das Hilfsblatt verwenden.)



Algorithmus von Moore Bellman und Ford:

Eingabe: Ein Digraph $D := (V, A)$ mit einer ausgezeichneten Ecke $s \in V$ und einer Längenfunktion $l : A \to \mathbb{R}$. D darf dabei keine negativen Kreise enthalten.
Schritt 1: Setze $\text{dist}(s) := 0$ und $\text{dist}(v) = \infty$ für alle $v \in V \setminus \{s\}$.
Schritt 2: Für alle Bögen $a = (v, w) \in A$ überprüfe man, ob $\text{dist}(w) > \text{dist}(v) + l(a)$. Falls ja, so setze man $\text{dist}(w) := \text{dist}(v) + l(a)$ und $\text{pred}(w) := v$.
Schritt 3: Schritt 2 wiederhole man $(n-1)-$mal.

Aufgabe 5. Zeigen Sie, dass der Algorithmus von Moore Bellman und Ford kürzeste Wege von s zu allen Ecken $v \in V(G)$ sowie deren Längen ausgibt.