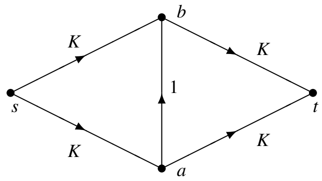
Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen
Lehrstuhl II für Mathematik
Prof. Dr. A.M.C.A. Koster
Jens Kampffmeyer

Optimierung B
Übung 8 vom 09.12.2009

Teil A: Aufgaben zur Besprechung in der Übung

Aufgabe 1

Es sei $K \in \mathbb{N}$. Im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) ist der maximale Wert eines Flusses offenbar $2K$. Zeigen Sie, dass der Ford-Fulkerson-Algorithmus bei einer ungünstigen Wahl der vergrößernden $s-t$-Wege auch $2K$ Schritte benötigt, um den Fluss x^* mit $val(x^*) = 2K$ zu finden.



Aufgabe 2 In der Vorlesung wurde ein Algorithmus angegeben, um kantendisjunkte $s-t-$ Pfade zu finden. Geben Sie einen Algorithmus an, um intern-knotendisjunkte $s-t-$ Pfade zu finden.

Aufgabe 3 Es sei (D, s, t) ein Netzwerk mit Kapazitätsfunktion c und Kantenmenge A. Zeigen Sie:

i) $C = \delta^+(U) \subseteq A$ ist genau dann ein minimaler Schnitt, wenn für einen maximalen Fluss x und jeden Bogen $a \neq (t, s)$ gilt, dass

$$x_a = \begin{cases} c_a & a = (u, v), u \in U, v \notin U \\ 0 & a = (v, u), u \in U, v \notin U \end{cases}$$

ii) falls C und C' minimale Schnitte sind, dann auch $C \cup C'$ und $C \cap C'$, d.h. die Menge der minimalen Schnitte ist ein distributiver Verband

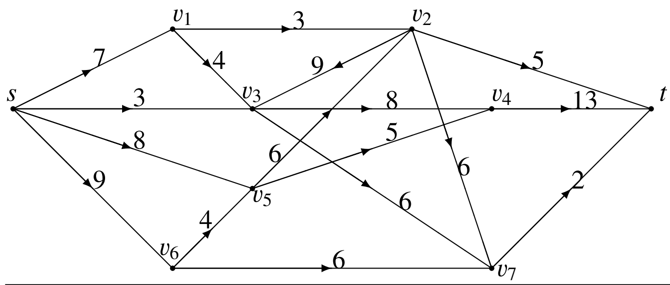
---

Teil B: Aufgaben zur Abgabe in der Übung am 16.12.2009

Aufgabe 4 (4 Punkte) Sei D = (V,A) ein Digraph, $s, t \in V$. Dann ist die maximale Zahl von bogendisjunkten Pfaden gleich der Minimumgröße eines $s-t-$ Schnittes.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Geben Sie einen maximalen Fluss und einen minimalen Schnitt im abgebildeten Netzwerk (D, s, t) an.



Aufgabe 6 (4 Punkte) Es sei G ein Graph dessen Ecken $x \in V(G) - \{a, b\}$ mit $a, b \in V(G)$ den gleichen Eingangs- und Ausgangsgrad besitzen und desweiteren $deg_G^+(a) - deg_G^-(a) = k > 0$ gilt. Zeigen Sie:
In G gibt es k bogendisjunkte gerichtete (a, b)-Wege.
