

## Optimierung B Übung 7 vom 02.12.2009

---

### Teil A: Aufgaben zur Besprechung in der Übung

**Aufgabe 1** Ist  $G$  ein einfacher Graph mit  $n \geq 3$  Ecken und Minimalgrad  $\geq \frac{n}{2}$ , so besitzt  $G$  einen Hamiltonkreis.

---

#### Aufgabe 2

Betrachten Sie die Distanzen der folgende Städte. Lösen Sie das TSP ausgehend von dem Wert der Nearest Neighbor (NN) Heuristik als Näherungslösung (dieser Betrag 698).

$C_{ij}$	A	B	D	F	K	W
Aachen	0	91	80	259	70	121
Bonn	91	0	77	175	27	84
Düsseldorf	80	77	0	232	47	29
Frankfurt	259	175	232	0	189	236
Köln	70	27	47	189	0	55
Wuppertal	121	84	29	236	55	0

---

### Teil B: Aufgaben zur Abgabe in der Übung am 09.12.2009

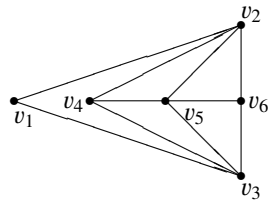
**Aufgabe 3** (4 Punkte) Beweisen Sie die Verallgemeinerung von Aufgabe 1

Es sei  $G = (V, E)$  ein einfacher Graph mit  $n = |V| \geq 3$  Knoten. Für jedes nichtadjazente Paar  $u, v$  von Knoten gelte  $\deg(u) + \deg(v) \geq n$ . Zeigen Sie, dass  $G$  einen Hamiltonschen Kreis besitzt.

Hinweis: Nehmen Sie an, die Aussage wäre falsch und wählen Sie ein Gegenbeispiel  $G$  mit maximaler Anzahl von Kanten. Betrachten Sie dann einen Weg maximaler Länge in  $G$  und die folgende Figur:



Aufgabe 4 (4 Punkte) Betrachten Sie den Graphen



mit den Kantenbewertungen  $w(v_1, v_2) = w(v_2, v_6) = w(v_2, v_4) = w(v_3, v_6) = w(v_3, v_5) = w(v_3, v_4) = w(v_5, v_6) = 5$  und  $w(v_4, v_5) = w(v_1, v_3) = w(v_2, v_5) = 10$ . Berechnen Sie mittels des Edmond-Algorithmus ein perfektes Matching. Die erste Kante, die bei dem Algorithmus gewählt werden soll (die also ins Matching aufgenommen wird), ist die Kante  $(v_3, v_6)$ .

---

Aufgabe 5 (8 Punkte) Betrachten Sie wieder das Problem des chinesischen Briefträgers. Implementieren Sie einen Algorithmus der ein möglichst gute Näherung des Problems ermittelt. Begründen Sie, warum dies eine gute Näherung ist. Sie können diese Aufgabe zu dritt bearbeiten und Ihre Lösung am Mittwoch, dem 9.12.2009 in der Übung vorstellen.

*Hinweis: Das Problem muss nicht optimal gelöst werden, mittels des Edmonds-Algorithmus über minimale perfekte Matchings in bewerteten Graphen aus der Vorlesung ist dies allerdings möglich, der Programmieraufwand hierfür wäre allerdings hoch.*

---

Aufgabe 6 (9 Punkte) Gegeben seien die Distanzen der Städte in der Datei `ulysses16.txt`.

- Implementieren Sie den Algorithmus zur Lösung des Problems, der in der Vorlesung vorgestellt wurde. Wie viele Rekursionsaufrufe werden benötigt.
- Verwenden Sie nun eine Heuristik (zum Beispiel mittels MST), um einen Näherungswert der Lösung zu erhalten. Wie viele Rekursionsaufrufe werden jetzt benötigt.

Diese Aufgabe dürfen Sie zu dritt bearbeiten. Der Abgabezeitpunkt für diese Aufgabe ist der 16.12.2009

---