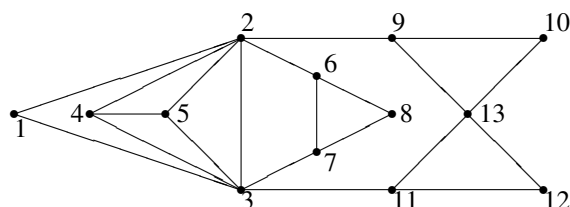


Optimierung B Übung 6 vom 25.11.2009

Teil A: Aufgaben zur Besprechung in der Übung

Aufgabe 1 Bestimmen Sie mit Hilfe des Edmonds Matching Algorithmus ein Maximum Matching des abgebildeten Graphen. (Sie können hierzu das Hilfsblatt verwenden.)



Aufgabe 2 i) Es sei $G = (V, E)$ ein 3-regulärer Graph ohne Brücken. Zeigen Sie den Satz von Petersen (1891): G besitzt ein perfektes Matching.

ii) Konstruieren Sie einen 3-regulären Graphen, der kein perfektes Matching besitzt.

Aufgabe 3 Es sei $G=(V,E)$ ein einfacher Graph und $I \subseteq V$ eine stabile Menge. Zeigen Sie die folgende Aussage.

Die Menge I ist genau dann maximal, wenn für alle stabilen Eckenmengen $J \subseteq V \setminus I$ gilt:

$$|(N(J) \cap I)| \geq |J|$$

Teil B: Aufgaben zur Abgabe in der Übung am 02.12.2009

Aufgabe 4 (3 Punkte) Es sei $G = (U \cup W, E)$ ein bipartiter Graph mit Farbklassen U und W . Zeigen Sie mit Hilfe des Satzes von Hall, dass $\nu(G) = |U| - \delta$, wobei $\delta = \max_{X \subseteq U} \{|X| - |N(X)|\}$.

Aufgabe 5 (3 Punkte) Beweisen Sie den Satz von Mendelsohn-Dulmage:

Es sei $G := (V = U \cup W, E)$ ein bipartiter Graph mit den beiden Farbklassen U und W . Desweiteren seien M_1 und M_2 Matchings in G .

Zeigen Sie, es existiert ein Matching $M \subset M_1 \cup M_2$, das alle Ecken aus U , die von M_1 überdeckt werden und alle Ecken aus W , die von M_2 überdeckt werden, überdeckt.

Aufgabe 6 (4 Punkte) Erinnern Sie sich an das Problem des chinesischen Postboten zurück aus Übung 1. Entwerfen Sie nun einen Algorithmus, um dieses Problem zu lösen und zeigen Sie dessen Richtigkeit.

Aufgabe 7 (3 Punkte) Es sei G ein nicht trivialer Baum. Zeigen Sie:
 G besitzt genau dann ein perfektes Matching, wenn $o(G - v) = 1$ für alle $v \in V(G)$ gilt.

Aufgabe 8 (9 Punkte) Implementieren Sie den Edmonds-Algorithmus und berechnen Sie damit ein Maximum Matching des Graphen, der in der Datei `bier127.txt` gegeben ist. Hierbei soll der Graph keine Kantengewichte besitzen. Sie dürfen diese Aufgabe zu dritt bearbeiten.
