Lehrstuhl II für Mathematik `http://www.math2.rwth-aachen.de`
Prof. Dr. E. Triesch **WS 2004/2005**

10. Übung Optimierung B

Aufgabe 1.
Zeigen Sie, dass 2-SAT$\in$ **P**.
Hinweis: Führen Sie 2-SAT auf ein Erreichbarkeitsproblem in gerichteten Graphen zurück. Definieren Sie dazu die Eckenmenge mit Hilfe der Literale und die Bogenmenge mit Hilfe der Klauseln.

Aufgabe 2.
Es sei $G = (V, E)$ ein Graph und $k \leq |V|$ eine natürliche Zahl.
Clique: Enthält G eine Clique der Kardinalität k, d.h. einen vollständigen Untergraphen mit k Ecken?
Independent Set: Enthält G eine unabhängige Eckenmenge der Grösse k, d.h. existiert eine Teilmenge $W \subseteq V$ der Kardinalität k, so dass die Ecken in W paarweise nicht adjazent in G sind?
Vertex Cover: Enthält G eine Eckenüberdeckung der Grösse k?
Zeigen Sie die **NP**-Vollständigkeit von
a) *Clique*,
b) *Independent Set*,
c) *Vertex Cover*.
Hinweis zu a): Benutzen Sie eine Reduktion von *3-Dimensional Matching* auf *Clique*.

Aufgabe 3.
Es sei $G = (V, E)$ ein Graph.
3-*Colouring*: Ist G 3-färbbar, d.h. existiert eine Abbildung $c : V \to \{1, 2, 3\}$, so dass $c(u) \neq c(v)$ für alle adjazenten Ecken u, v?
Zeigen Sie, dass 3-*Colouring* **NP**-vollständig ist, indem Sie eine Reduktion von 3-SAT auf 3-*Colouring* konstruieren.

Aufgabe 4.
Es sei $G = (V, E)$ ein Graph.
Hamiltonian Circuit: Existiert ein Hamiltonkreis ein G?
Hamiltonian Path: Existiert ein Hamiltonweg ein G?
Zeigen Sie, dass *Hamiltonian Path* **NP**-vollständig ist.
Hinweis: Reduzieren Sie *Hamiltonian Circuit* auf *Hamiltonian Path*.