

1. Übung Kombinatorische Suchprobleme

Aufgabe 1.

- Gegeben seien $n \geq 3$ Münzen, von denen eine falsch ist. Zeigen Sie, dass es möglich ist, durch eine Balkenwaage mit 2 Wägungen festzustellen, ob die falsche Münze schwerer oder leichter ist.
- Gegeben seien $n \geq 5$ Münzen, von denen zwei falsch sind (beide leichter oder beide schwerer). Zeigen Sie, dass es möglich ist, durch eine Balkenwaage mit 3 Wägungen festzustellen, ob die falschen Münzen schwerer oder leichter sind.
- Zeichnen Sie zu beiden Suchproblemen einen Suchbaum.

Aufgabe 2.

- Betrachten Sie für $|S| = 7$ den binären Prozess $(S, \mathfrak{A}_{\leq 2})$ mit $\mathfrak{A}_{\leq 2} = \{A \subseteq S : |A| \leq 2\}$. Geben Sie für diesen Prozess einen optimalen $(7, 2)$ -Baum an und bestimmen Sie die Längen $L(S, \mathfrak{A}_{\leq 2})$ und $\bar{L}(S, \mathfrak{A}_{\leq 2})$ (erwartete Suchdauer) bei Gleichverteilung.
- Wie sieht das Problem im prädeterminierten Fall aus?

Aufgabe 3.

Zeigen Sie, dass der Huffman-Algorithmus für jede a-priori-Verteilung einen optimalen Suchbaum liefert.

Aufgabe 4.

Zwei (n, q) -Bäume $T_1 = (V_1, E_1)$ und $T_2 = (V_2, E_2)$, deren Blätter beide mit $1, 2, \dots, n$ bezeichnet werden, sind isomorph, wenn es eine Bijektion $\phi : V_1 \rightarrow V_2$ gibt, so dass $uv \in E_1 \Leftrightarrow \phi(u)\phi(v) \in E_2$ und $\phi(i) = i$ für $1 \leq i \leq n$ gilt.

Wie viele paarweise nicht isomorphe, reguläre $(5, 2)$ -Bäume gibt es?

(*) Was gilt für allgemeine n ?